इकाई 4

एक चर वाले रैखिक समीकरण

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- एक बीजीय समीकरण चरों से संबद्ध एक समिका होती है। इसमें एक समता (या समिका) का चिन्ह होता है। समता चिन्ह के बायीं ओर का व्यंजक **वाम पक्ष** (LHS) कहलाता है तथा समता चिन्ह के दायीं ओर का व्यंजक **दक्षिण पक्ष** (RHS) कहलाता है।

- किसी समीकरण में, चरों के कुछ विशिष्ट मानों के लिए, LHS और RHS के व्यंजकों के मान बराबर होते हैं। चरों के ये मान उस समीकरण के **हल** कहलाते हैं।

- किसी समीकरण में चरों के घातांक अनिवार्यतः **ऋणेतर पूर्णांक** होते हैं।

- वे समीकरण जिनमें समीकरण को बनाने वाले व्यंजकों में केवल एक चर हो तथा समीकरण में उस चर का अधिकतम घातांक 1 हो, **एक चर वाला रैखिक समीकरण** कहलाता है।

- एक रैखिक समीकरण में, समता चिन्ह के दोनों पक्षों में रैखिक व्यंजक हो सकते हैं।

- किसी समीकरण को हल करने के लिए हम उस समीकरण के दोनों पक्षों में एक ही गणितीय संक्रिया करते हैं, जिससे वाम पक्ष तथा दक्षिण पक्ष के मध्य संतुलन भंग न हो।

- किसी समीकरण में, पदों को समीकरण के एक पक्ष से दूसरे पक्ष में स्थानांतरित किया जा सकता है।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 और 2 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: यदि $x = a$, तो किसी पूर्णांक k के लिए, निम्न में से कौन सदैव सत्य नहीं है?

(a) $kx = ak$ (b) $\frac{x}{k} = \frac{a}{k}$

(c) $x–k = a–k$ (d) $x+k = a+k$

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 2: यदि $3x – 4 (64 – x) = 10$, तो x का मान है–

(a) –266 (b) 133 (c) 66.5 (d) 38

हल सही उत्तर (d) है।

उदाहरण 3 और 4 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 3: किसी पूर्ण संख्या के तिगुने में 15 जोड़ने पर 93 प्राप्त होता है। वह संख्या ________ है।

हल 26

उदाहरण 4: यदि $\frac{1}{3} - x = -\frac{2}{3}$ तो x बराबर ________ है।

हल 1

उदाहरण 5 और 6 में, बताइए कि दिए हुए कथन सत्य हैं या असत्य–

उदाहरण 5: यदि $x + (x+2) + (x+4) = 156$ है, तो x का मान 51 है।

हल असत्य

आपको समीकरण को संतुलित रखना है।

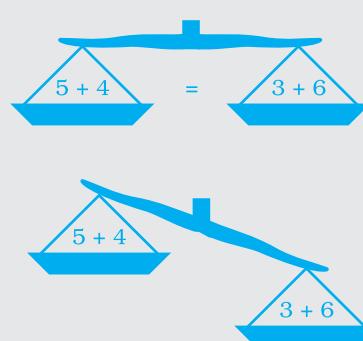
एक समीकरण किसी तुला के समान होता है। समता चिह्न के पहले के भाग का मान समता चिह्न के भाग के मान के तुल्य होता है, अत: तुला संतुलित रहती है।

समीकरणों का परिचालन करते समय आपको इस तुला का संतुलन बनाए रखना पड़ता है। आप एक पक्ष से 4 घटा कर दूसरे पक्ष से 4 घटाए बिना नहीं रह सकते हैं, क्योंकि तब दोनों पक्ष तुल्य नहीं रह पाते हैं।

तुला के संतुलन को बनाए रखने का एक मात्र उपाय यही है कि दोनों पक्षों में एक ही संक्रिया की जाए।

5 + 4 = 3 + 6

5 + 4

3 + 6

उदाहरण 6: $x = -12$, रैखिक समीकरण
$5x - 3(2x + 1) = 21 + x$ का हल है।

हल सत्य

उदाहरण 7 से 10 तक में से प्रत्येक को हल कीजिए।

उदाहरण 7: हल कीजिए : $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+10000 = x$

हल

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+10000 = x$$

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}-x = -10000$$

$$\frac{10x+5x+4x-20x}{20} = -10000$$

$$\frac{19x-20x}{20} = -10000$$

$$\frac{-x}{20} = -10000$$

$$x = 200000$$

उदाहरण 8: पिता की वर्तमान आयु अपने पुत्र की आयु की चार गुनी है। 10 वर्ष बाद, पिता की आयु अपने पुत्र की आयु की तीन गुनी हो जाएगी। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि पुत्र की वर्तमान आयु x वर्ष है।

इसलिए, पिता की वर्तमान आयु = $4x$ वर्ष

10 वर्ष बाद–

पुत्र की आयु = $(x + 10)$ वर्ष

पिता की आयु = $(4x + 10)$ वर्ष

दिए हुए प्रतिबंध से,

$$4x + 10 = 3(x + 10)$$

$$4x + 10 = 3x + 30$$

$$4x - 3x = 30 - 10$$

$$x = 20$$

इस प्रकार, पुत्र की वर्तमान आयु = 20 वर्ष

तथा पिता की वर्तमान आयु = $4x = 4 \times 20 = 80$ वर्ष

समीकरण संतुलन को प्रदर्शित करने की एक अन्य विधि यहाँ दी गयी है।

समता चिह्न के प्रत्येक पक्ष में 9 बक्से हैं, अतः समीकरण संतुलित है।

$5 + 4 = 3 + 6$

यदि आप वाम पक्ष से कोई भी 3 बक्से हटा दें, तो समीकरण का संतुलन बनाए रखने के लिए आपको दक्षिण पक्ष से भी 3 बक्से हटाने पड़ेंगे।

दोनों पक्षों में अब भी रंगीन बक्सों की संख्या समान है।

जब समीकरण के दोनों पक्षों में चर राशियों वाले पद हों तब भी आपको समीकरण के दोनों पक्षों में संतुलन बनाए रखना है।

उदाहरण 9: एक स्टीमर एक स्थान से दूसरे स्थान तक धारा के अनुकूल जाने में 7 घंटे का समय लेता है। वह यही दूरी धारा के प्रतिकूल जाने में 8 घंटे का समय लेता है। यदि धारा की चाल 2 किमी / घंटा है, तो शांत जल में स्टीमर की चाल तथा दोनों स्थानों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि स्टीमर की शांत जल में चाल = x km/hr

धारा की चाल = $2km/hr$

अतः, धारा के अनुकूल स्टीमर की चाल = $(x + 2)km/hr$

तथा धारा के प्रतिकूल स्टीमर की चाल = $(x - 2)km/hr$

धारा के अनुकूल 7 घंटे में चली दूरी = $7(x + 2)km$

तथा धारा के प्रतिकूल 8 घंटे में चली दूरी = $8(x - 2)km$

दिए हुए प्रतिबंध के अनुसार

$$7(x + 2) = 8(x - 2)$$

$$7x + 14 = 8x - 16$$

$$x = 30km/hr$$

कुल दूरी $= 7(x + 2)km$

$= 7(30 + 2)km$

$= 7 \times 32$ km

$= 224$ km

उदाहरण 10: दो A और B स्टेशनों के बीच की दूरी 690 किमी है। दो कारें एक साथ क्रमशः A और B से एक-दूसरे की ओर चलना प्रारंभ करती हैं तथा 6 घंटे के बाद उनके बीच की दूरी 30 किमी है। यदि एक कार की चाल दूसरी कार की चाल से 10 किमी / घंटा कम है, तो प्रत्येक कार की चाल ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि तेज कार की चाल = x km/hr

तब दूसरी कार की चाल = $(x - 10)$ km/hr

मान लीजिए कि पहली कार A से तथा दूसरी कार B से चलना प्रारंभ करती है। साथ ही, मान लीजिए कि

इनकी 6 घंटों बाद स्थितियाँ क्रमशः M और N हैं।

A M N B

AM = $6x$, BN = $6(x-10)$

प्रतिबंध के अनुसार,

$$6x + 6x - 60 + 30 = 690$$
$$12x = 690 + 30$$
$$12x = 720$$
$$x = 60 \text{ km/hr}$$

अतः, तेज कार की चाल = 50 km/hr है।

उदाहरण 11: **समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग**

एक गृहस्वामी अपने वर्गाकार बगीचे के चारों ओर एक बाड़ लगाता है, जिसकी माप 6480 cm है। इस बगीचे की विमाएँ ज्ञात करने के लिए एक समीकरण लिखिए और इसे हल कीजिए।

हल **समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए।**

- आप क्या जानते हैं?
- वर्गाकार बगीचे की बाड़, अर्थात् परिमाप = 6480 cm

ज्ञात करना- बगीचे की भुजा?

युक्ति की योजना बनाइए

- यह समझना कि एक बगीचे के चारों ओर बाड़ लगाने की माप का अर्थ उसकी परिमाप है।
- याद कीजिए कि एक वर्ग की चारों भुजाएँ बराबर होती हैं तथा मान लीजिए कि प्रत्येक s हैं।

हल कीजिए

वर्गाकार बगीचे के चारों ओर की बाड़ = वर्गाकार बगीचे का परिमाप

$$s + s + s + s = 6480 \text{ cm}$$
$$4s = 6480 \text{ cm}$$
$$s = 1620 \text{ cm}$$

अतः, बगीचे की भुजा = 1620 सेमी

जाँच-

कोई अन्य योजना अपनाते हुए, अपने उत्तर का सत्यापन कीजिए। उदाहरणार्थ,

इस समस्या में, चारों भुजाओं के योग का परिमाप लेने के स्थान पर, आइए सूत्र का प्रयोग करें।

4s = 6480 cm

s = 1620 cm   सत्यापन हो गया।

सोचिए और चर्चा कीजिए

(i) कौन से अन्य मापों की आवश्यकता पड़ेगी यदि बग़ीचा वर्गाकार न होकर आयताकार या वृत्ताकार हो?

(ii) क्या होगा यदि हमें इसके अंदर के मैदान को समतल कराना हो, बजाय बाड़ लगाने के?

(iii) क्या होगा यदि इसके अंदर चारों ओर एक रास्ता हो?

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 15 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. निम्न में से किस समीकरण का हल न तो भिन्न है और न ही पूर्णांक है?

(a) $3x + 2 = 5x + 2$ (b) $4x - 18 = 2$

(c) $4x + 7 = x + 2$ (d) $5x - 8 = x + 4$

2. समीकरण $ax + b = 0$ का हल है–

(a) $x = \frac{a}{b}$ (b) $x = -b$

$y + 9 = 16$ के तरह के समीकरण में संतुलन उसी प्रकार किया जाता है, जिस प्रकार केवल आपको चार राशि वाले पदों को समता चिन्ह के एक पक्ष में लाना पड़ता है।

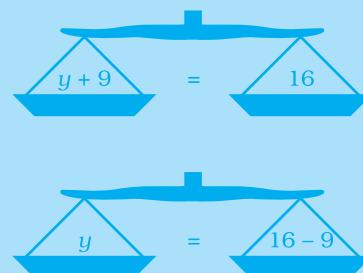
यदि चर राशि वाले पदों में कुछ अन्य जोड़ा गया है, तो घटाने की क्रिया का प्रयोग करके केवल चर राशि के पदों को एक पक्ष में रखिए। $y + 9 = 16$ के दोनों पक्षों में 9 घटाने पर आपको y का मान प्राप्त होता है।

आप तथ्यत: यही क्रिया बिना तुला खींचे कर सकते हैं।

$y + 9 = 16$

$y + 9 - 9 = 16 - 9$

$y = 7$

"+9" तथा –9 एक दूसरे को काटते हैं"

आप $y = 7$ को समीकरण में रख कर जाँच सकते हैं कि यह सही हल है।

$7 + 9 = 16$ — यह सही है, अत: $y = 7$ सही है।

(c) $x = \frac{-b}{a}$ (d) $x = \frac{b}{a}$

3. यदि $8x - 3 = 25 + 17x$, तो x है–

(a) एक भिन्न (b) एक पूर्णांक

(c) एक परिमेय संख्या (d) हल नहीं किया जा सकता

4. एक पद को समीकरण के एक पक्ष से दूसरे पक्ष में ले जाना कहलाता है–

(a) स्थानापन्न (b) वितरणता

(c) क्रम विनिमेयता (d) सहचारिता

5. यदि $\frac{5x}{3} - 4 = \frac{2x}{5}$, तो $2x - 7$ का मान है–

(a) $\frac{19}{13}$ (b) $-\frac{13}{19}$ (c) 0 (d) $\frac{13}{19}$

6. x का वह मान, जिसके लिए व्यंजक $3x - 4$ और $2x + 1$ बराबर हो जाएँगे, है–

(a) –3 (b) 0 (c) 5 (d) 1

7. यदि a और b धनात्मक पूर्णांक हैं, तो समीकरण $ax = b$ का हल सदैव ही होगा–

(a) धनात्मक (b) ऋणात्मक (c) एक (d) शून्य

8. एक चर वाले रैखिक समीकरण में होता है–

(a) किसी भी घातांक के साथ केवल एक चर

(b) एक चर वाला केवल एक पद

(c) घातांक 1 के साथ केवल एक चर

(d) केवल अचर पद

यदि कोई कथन एक समानुपात हो, तो पदों के वज्र गुणन समान होते हैं।

यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, तो $ad = bc$

$5t = -20$ के तरह की समीकरणों को हल करने के लिए आपको t स्वतंत्र रूप से प्राप्त करना पड़ता है। चर राशि को संख्या 5 से गुणा किया गया है। अत: चर राशि को स्वतंत्र रूप से प्राप्त करने के लिए आपको इसे 5 से विभाजित करना चाहिए

$5t = -20$

$5t \div 5 = -20 \div 5$ (दोनों पक्षों को एक ही संख्या से भाग देने पर)

$t = -20 \div 5$

$t = -4$

9. निम्न में से कौन एक रैखिक व्यंजक है?

(a) $x^2 + 1$ (b) $y + y^2$ (c) 4 (d) $1 + z$

10. एक चर वाली रैखिक समीकरण का होता है / के होते हैं–

(a) केवल एक हल

(b) दो हल

(c) दो से अधिक हल

(d) कोई हल नहीं

11. $\frac{1}{3} + S = \frac{2}{5}$ में S का मान है–

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{1}{15}$ (c) 10 (d) 0

12. यदि $\frac{-4}{3}y = -\frac{3}{4}$, तो y बराबर है–

(a) $-\left(\frac{3}{4}\right)^2$ (b) $-\left(\frac{4}{3}\right)^2$ (c) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ (d) $\left(\frac{4}{3}\right)^2$

13. दो अंकों वाली एक संख्या के दहाई के स्थान का अंक इकाई के स्थान के अंक से 3 अधिक है। मान लीजिए कि इकाई के स्थान पर अंक b है। तब, वह संख्या है–

(a) $11b + 30$ (b) $10b + 30$ (c) $11b + 3$ (d) $10b + 3$

14. अर्पिता की वर्तमान आयु शिल्पा की आयु की तिगुनी है। यदि 3 वर्ष पहले शिल्पा की आयु x वर्ष थी, तो अर्पिता की वर्तमान आयु है–

(a) $3(x - 3)$ (b) $3x + 3$

(c) $3x - 9$ (d) $3(x + 3)$

एक चरण वाले समीकरण वो है जिन्हें किसी राशि से या तो जोड़कर, घटाकर, गुणाकर या भाग देकर एक ही चरण में हल किया जा सके।

इस तरह के चार मुख्य उदाहरण हैं:

(i) $a + 3 = 4.2$ — दोनो और से 3 **घटाकर** हल करने से $a = 1.2$

(ii) $s - 7 = 12$ — दोनो और से 7 **जोड़कर** हल करने से $s = 19$

(iii) $9m = 27$ — दोनो और से 9 से **भाग** देकर हल करने से $m = 3$

(iv) $d \div 8 = 2$ — दोनो और से 8 से **गुणा** कर हल करने से $d = 16$

समीकरण को हल करने से पूर्व, हमें यह ज्ञात हो कि हमारा समीकरण किस प्रकार का है।

15. 7 के तीन क्रमागत गुणजों का योग 357 है। तब, इनमें सबसे छोटा गुणज है–

(a) 112 (b) 126

(c) 119 (d) 116

प्रश्न 16 से 32 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

16. एक चर वाली एक रैखिक समीकरण में, उस चर का ________ ऋणेतर पूर्णांकीय घातांक 1 होता है।

17. समीकरण $3x - 4 = 1 - 2x$ का हल ________ है।

18. समीकरण $2y = 5y - \frac{18}{5}$ का हल ________ है।

19. चर का वह मान, जिससे एक समीकरण के दोनों पक्ष बराबर हो जाएँ, उस समीकरण का ________ कहलाता है।

20. $9x -$ ________ $= -21$ का हल (-2) है।

21. तीन क्रमागत संख्याएँ, जिनका योग 12 है, ____ ____ और ________ है।

22. जब ₹ 25 को A और B में इस प्रकार विभाजित किया जाता है कि A को B से ₹ 8 अधिक मिलते हैं, तो इसमें A का भाग ________ है।

23. समीकरण के एक पद को दूसरे पक्ष में उसका ________ बदलकर स्थानांतरित किया जा सकता है।

24. x में से 8 को घटाने पर परिणाम 2 प्राप्त होता है। तब, x का मान ________ है।

25. $\frac{x}{5} + 30 = 18$ का हल ________ है।

26. जब किसी संख्या को 8 से भाग दिया जाता है, तो परिणाम –3 प्राप्त होता है। वह संख्या ________ है।

27. जब p और 4 के गुणनफल में से 9 को घटाया जाता है, तो परिणाम 11 प्राप्त होता है। तब, p का मान ________ है।

28. यदि $\frac{2}{5}x - 2 = 5 - \frac{3}{5}x$ है, तो $x =$ ________।

29. 18 वर्ष बाद, स्वर्णिम अपनी वर्तमान आयु की चार गुनी आयु की होगी। उसकी वर्तमान आयु ________ है।

समस्या को हल करने की युक्ति का अनुप्रयोग

एक परिवार ने ₹ 52.00 सर्कस के टिकट के लिए खर्च किये। इस कीमत में ₹ 3.25 सेवा शुल्क है तथा प्रत्येक टिकट का मूल्य ₹ 9.75 है। परिवार ने कितने टिकट खरीदे? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

समस्या को समझिए

परिवार द्वारा खरीदे गये टिकटों की संख्या उत्तर है। महत्त्वपूर्ण सूचनाओं को सूचीबद्ध कीजिए। प्रति आर्डर सेवा शुल्क ₹ 3.25 है, प्रति टिकट मूल्य ₹ 9.75 है तथा कुल मूल्य ₹ 52.00 है।

मान लीजिए खरीदे गये टिकटों की संख्या t है।

कुल मूल्य	=	टिकटों का मूल्य	+	सेवा शुल्क
52.00	=	$9.75t$	+	3.25

एक योजना बनाइए

सोचिए: सर्वप्रथम चर को 9.75 से गुणा किया जाता है और तब गुणनफल में 3.25 जोड़ा जाता है। समीकरण हल करने के लिए विपरीत चलिए। विपरीत क्रम में सक्रियाएँ कीजिए: पहले समीकरण के दोनों ओर से 3.25 घटाइए और तब दोनों ओर को 9.75 से भाग दीजिए।

हल कीजिए

$52.00 = 9.75t + 3.25$

$-3.25 \qquad -3.25$ *3.25 को दोनों ओर घटाइए*

$48.75 = 9.75t$

$\frac{48.75}{9.75} = \frac{9.75t}{9.75}$ *9.75.* से दोनों ओर को भाग दीजिए।

$5 = t$ अत: परिवार ने 5 टिकट खरीदे।

पीछे देखिए

आप तर्कपूर्ण उत्तर के लिए एक सारणी का उपयोग कर सकते हैं।

5 टिकट संतोषजनक उत्तर है।

टिकट	टिकटों का मूल्य	सेवा शुल्क	कुल मूल्य
1	₹ 9.75	₹ 3.25	₹ 13.00
2	₹ 19.50	₹ 3.25	₹ 22.75
3	₹ 29.25	₹ 3.25	₹ 32.50
4	₹ 39.00	₹ 3.25	₹ 42.25
5	₹ 48.75	₹ 3.25	₹ 52.00

कभी-कभी एक दो-चरणों वाली समीकरण में एक पद या व्यंजक हर के साथ होता है। इन स्थितियों में हर को हटाने के लिए बहुधा समीकरण के दोनों ओर को हर से गुणा करना सरल हो जाता है और तब चर ज्ञात हो जाता है।

30. कथन "x के चार गुने में 15 जोड़ने पर 39 प्राप्त होता है" को समीकरण में बदलने पर _________ प्राप्त होता है।

31. एक परिमेय संख्या का हर उसके अंश x से 10 अधिक है। यदि अंश में 1 की वृद्धि की जाए तथा हर में 1 की कमी की जाए, नए हर के लिए व्यंजक _________ है।

32. 10 के दो क्रमागत गुणजों का योग 210 है। तब, इनमें से छोटा गुणज _________ है।

प्रश्न 33 से 48 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य-

33. 3 वर्ष पहले एक लड़के की आयु y वर्ष थी। उसकी आयु 2 वर्ष पहले $(y - 2)$ वर्ष थी।

34. शिखा की वर्तमान आयु p वर्ष है। रीमू की वर्तमान आयु शिखा की वर्तमान आयु की चार गुनी है। 5 वर्ष बाद, रीमू की आयु $15p$ वर्ष हो जाएगी।

35. दो अंकों की एक संख्या की इकाई का अंक x है। यदि अंकों का योग 9 है, तो वह संख्या $(10x - 9)$ है।

36. अंजू और उसकी माँ की आयु का योग 65 वर्ष है। यदि अंजू की वर्तमान आयु y वर्ष है, तो 5 वर्ष पहले उसकी माँ की आयु $(60 - y)$ वर्ष थी।

37. किसी कक्षा में, लड़के और लड़कियों की संख्याओं का अनुपात 5 : 4 है। यदि लड़कों की संख्या लड़कियों की संख्या से 9 अधिक है, तो लड़कों की संख्या 9 है।

38. A और B की आयु का योग 90 वर्ष है। पाँच वर्ष पूर्व A और B की आयु क्रमशः $(x - 5)$ वर्ष और $(85 - x)$ वर्ष होगी, जहाँ x वर्ष A की वर्तमान आयु है।

39. दो भिन्न-भिन्न समीकरणों का एक ही हल कभी नहीं हो सकता है।

40. समीकरण $3x - 3 = 9$ में, -3 का RHS में स्थानापन्न करने पर, हमें $3x = 9$ प्राप्त होता है।

41. समीकरण $2x = 4 - x$ में, $-x$ का LHS में स्थानापन्न करने पर, हमें $x = 4$ प्राप्त होता है।

42. यदि $\frac{15}{8} - 7x = 9$ है, तो $-7x = 9 + \frac{15}{8}$ है।

43. यदि $\frac{x}{3} + 1 = \frac{7}{15}$ है, तो $\frac{x}{3} = \frac{6}{15}$ है।

44. यदि $6x = 18$ है, तो $18x = 54$ है।

45. यदि $\frac{x}{11} = 15$ है, तो $x = \frac{11}{15}$ है।

46. यदि x एक सम संख्या है, तो उससे अगली सम संख्या $2(x + 1)$ है।

47. यदि दो संख्याओं का योग 93 है और इनमें से एक x है, तो दूसरी संख्या $93 - x$ होगी।

48. दो संख्याओं का अंतर 40 है। यदि एक संख्या x है, तो दूसरी संख्या $40 - x$ होगी।

निम्न समीकरणों को हल कीजिए-

49. $\frac{3x-8}{2x}=1$

50. $\frac{5x}{2x-1}=2$

51. $\frac{2x-3}{4x+5}=\frac{1}{3}$

52. $\frac{8}{x}=\frac{5}{x-1}$

53. $\frac{5(1-x)+3(1+x)}{1-2x}=8$

54. $\frac{0.2x+5}{3.5x-3}=\frac{2}{5}$

55. $\frac{y-(4-3y)}{2y-(3+4y)}=\frac{1}{5}$

56. $\frac{x}{5}=\frac{x-1}{6}$

57. $0.4(3x-1) = 0.5x + 1$

58. $8x - 7 - 3x = 6x - 2x - 3$

59. $10x - 5 - 7x = 5x + 15 - 8$

60. $4t - 3 - (3t + 1) = 5t - 4$

61. $5(x - 1) - 2(x + 8) = 0$

62. $\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\left(x-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6}(x+1)+\frac{1}{12}$

63. $\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1}{3}(x-1)=\frac{5}{12}(x-2)$

64. $\frac{x+1}{4}=\frac{x-2}{3}$

65. $\frac{2x-1}{5}=\frac{3x+1}{3}$

66. $1-(x-2)-[(x-3)-(x-1)]=0$

67. $3x-\frac{x-2}{3}=4-\frac{x-1}{4}$

68. $\frac{3t+5}{4}-1=\frac{4t-3}{5}$

69. $\frac{2y-3}{4}-\frac{3y-5}{2}=y+\frac{3}{4}$

70. $0.25(4x-5)=0.75x+8$

71. $\frac{9-3y}{1-9y}=\frac{8}{5}$

72. $\frac{3x+2}{2x-3}=-\frac{3}{4}$

73. $\frac{5x+1}{2x}=-\frac{1}{3}$

74. $\frac{3t-2}{3}+\frac{2t+3}{2}=t+\frac{7}{6}$

75. $m-\frac{m-1}{2}=1-\frac{m-2}{3}$

76. $4(3p+2)-5(6p-1)=2(p-8)-6(7p-4)$

77. $3(5x-7)+2(9x-11)=4(8x-7)-111$

78. $0.16(5x-2)=0.4x+7$

79. राधा एक टोकरी में कुछ फूल लेकर एक के बाद एक तीन मंदिरों में जाती है। वह प्रत्येक मंदिर में टोकरी के फूलों के आधे फूल चढ़ाती जाती है। यदि अंत में उसके पास 3 फूल शेष रह जाते हैं, तो ज्ञात कीजिए कि उसके पास प्रारंभ में कितने फूल थे।

80. ₹ 13500 को सलमा, किरन और जेनिफर में इस प्रकार वितरित किया जाता है कि सलमा को किरन से ₹ 1000 अधिक मिलते हैं तथा जेनिफर को किरन से ₹ 500 अधिक मिलते हैं। जेनिफर को मिलने वाली राशि ज्ञात कीजिए।

81. किसी टंकी में पानी का आयतन दूसरी टंकी के पानी के आयतन का दोगुना है। यदि हम पहली टंकी से 25 लीटर पानी निकाल कर दूसरी टंकी में डाल दें, तो दोनों टंकियों में पानी का आयतन बराबर हो जाता है। प्रत्येक टंकी में पानी का आयतन ज्ञात कीजिए।

82. अनुष्का और आरुषी मित्र हैं। इनकी जेबों में बराबर–बराबर धनराशियाँ हैं। अनुष्का अपनी धनराशि का $\frac{1}{3}$ भाग आरुषी को उसके जन्मदिन पर उपहार के रूप में दे देती है। तब, आरुषी एक रेस्टतराँ में पार्टी देती है तथा उसके बिल का भुगतान अपनी धनराशि की आधी धनराशि देकर कर देती है। यदि आरुषी की जेब में अब 1600 रु शेष रहते हैं, तो अनुष्का द्वारा उपहार में दी गयी धनराशि ज्ञात कीजिए।

83. कौस्तुभ के पास 60 फूल थे। वह एक मंदिर में इनमें से कुछ फूल चढ़ाता है और पाता है कि उसके शेष फूलों और प्रारंभिक फूलों का अनुपात 3:5 है। उस मंदिर में उसके द्वारा चढ़ाए गये फूलों की संख्या ज्ञात कीजिए।

84. तीन क्रमागत सम संख्याओं का योग 48 है। इनमें से सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

85. तीन क्रमागत विषम संख्याओं का योग 69 है। इनमें से अभाज्य संख्या ज्ञात कीजिए।

86. तीन क्रमागत संख्याओं का योग 156 है। इनमें से वह संख्या ज्ञात कीजिए जो 13 का गुणज है।

87. वह संख्या ज्ञात कीजिए जिसके पाँचवें भाग में 30 की वृद्धि करने पर वही प्राप्त होता है जो उसके एक चौथाई भाग में 30 की कमी करने पर प्राप्त होता है।

88. 54 को ऐसे दो भागों में बाँटिए कि एक भाग दूसरे भाग का $\frac{2}{7}$ हो।

89. दो अंकों की एक संख्या के अंकों का योग 11 है। दी हुई संख्या इसके अंकों को पलटने से बनी संख्या से 9 कम है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

90. किसी त्रिभुज की दो बराबर भुजाओं में से प्रत्येक तीसरी भुजा के तिगुने से 4 मी कम है। यदि त्रिभुज का परिमाप 55 मी है, तो उसकी भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

91. 12 वर्ष बाद, कंवर की आयु उसकी 4 वर्ष पहले की आयु की तीन गुनी हो जाएगी। उसकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

92. अनिमा ने अपनी संपत्ति का आधा भाग अपनी पुत्री के लिए छोड़ा, एक तिहाई भाग अपने पुत्र के लिए छोड़ा तथा शेष एक शैक्षणिक संस्थान को दान में दे दिया। यदि दान दी गयी संपत्ति का मूल्य ₹ 1,00000 था, तो अनिमा के पास कुल कितनी संपत्ति थी?

93. यदि किसी संख्या में से $\frac{1}{2}$ घटाया जाए और अंतर को 4 से गुणा कर दिया जाए, तो परिणाम 5 प्राप्त होता है। वह संख्या क्या है?

94. चार क्रमागत पूर्णांकों का योग 266 है। ये पूर्णांक क्या है?

95. हमीद के पास विभिन्न फलों की तीन पेटियाँ हैं। पेटी A का भार पेटी B के भार से $2\frac{1}{2}$ kg अधिक है और पेटी C का भार पेटी B के भार $10\frac{1}{4}$ kg अधिक है। तीनों पेटियों का कुल भार $48\frac{3}{4}$ kg है। A का भार कितने किलोग्राम है?

96. एक आयत का परिमाप 240cm है। यदि इसकी लंबाई में 10% की वृद्धि हो जाए और चौड़ाई में 20% की कमी हो जाए, तो आयत का परिमाप वही रहता है। आयत की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

97. A की आयु B की आयु से 5 वर्ष अधिक है। 5 वर्ष पहले, उनकी आयु का अनुपात 3 : 2 था। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

98. यदि किसी परिमेय संख्या का अंश हर से 2 कम है, तो वह परिमेय संख्या सरलतम रूप में $\frac{1}{2}$ हो जाती है। वह परिमेय संख्या क्या है?

99. दो अंकों की एक संख्या के इकाई का अंक दहाई के अंक का दोगुना है। यदि इसमें 27 जोड़ दिया जाए, तो अंक पलट जाते हैं। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

100. किसी व्यक्ति को वर्ष 2008 के फरवरी मास के लिए एक टाइपिस्ट के रूप में नियुक्त किया गया। उसे ₹ 500 प्रति दिन मिलते हैं, परंतु वह जितने दिन अनुपस्थित रहता है उसकी ₹ 100 प्रतिदिन की दर से धनराशि काट ली जाती है। उसे उस माह में वेतन के रूप में ₹ 9100 प्राप्त हुए। उसने कितने दिन कार्य किया?

101. एक स्टीमर दो बंदरगाहों के बीच की दूरी धारा के अनुकूल 3 घंटे में तय करता है तथा वह यही दूरी धारा के प्रतिकूल चलने पर 5 घंटे में तय करता है। यदि धारा की चाल 3किमी / घंटा है, तो स्टीमर की धारा के प्रतिकूल चाल ज्ञात कीजिए।

102. एक महिला ₹ 1,00000 लेकर एक बैंक में गयी। उसने कैशियर से कहा कि वह उसे ₹ 500 और ₹ 1000 वाले नोट इस धनराशि के रूप में दे। उसे कुल 175 नोट मिले। प्रत्येक प्रकार के नोटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

103. किसी बस में 40 यात्री हैं, जिनमें से कुछ ₹ 3 के टिकट वाले हैं और शेष ₹ 10 के टिकट वाले हैं। इन यात्रियों से एकत्रित कुल धनराशि ₹ 295 हैं। ज्ञात कीजिए कि कितने यात्रियों के पास ₹ 3 वाली टिकट हैं।

104. किसी भिन्न का हर उसके अंश से 4 कम है। यदि अंश में 6 जोड़ दिया जाए, तो वह हर से तिगुना हो जाता है। वह भिन्न ज्ञात कीजिए।

105. एक कर्मचारी किसी कंपनी में 30 दिन के ठेके पर इस प्रतिबंध के साथ नियुक्त किया गया कि उसे प्रत्येक दिन कार्य करने के ₹ 120 मिलेंगे तथा प्रत्येक दिन नहीं कार्य करने के लिए ₹10 का दंड देना पड़ेगा। यदि उसे कुल ₹ 2300 प्राप्त हुए हैं, तो वह कुल कितने दिन अनुपस्थित रहा?

106. कुसुम ने कुछ चॉकलेट ₹ 10 प्रति चॉकलेट की दर से खरीदीं। उसने उतनी ही कैंडीस ₹ 5 प्रति कैंडीस की दर से खरीदीं। वह चॉकलेट पर 20% का लाभ अर्जित करती है तथा कैंडीस पर 8% का लाभ अर्जित करती है। दिन के अंत में, सभी चॉकलेट और कैंडीस बिक गयीं तथा उसे ₹ 240 का लाभ हुआ। खरीदी गयीं चॉकलेटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

107. एक स्टीमर धारा के अनुकूल जाते हुए दो बंदरगाहों के बीच की दूरी 5 घंटे में तय करता है, जबकि वह यही दूरी धारा के प्रतिकूल जाते हुए 6 घंटे में तय करता है। यदि धारा की चाल 1km/h है, तो शांत जल में स्टीमर की चाल ज्ञात कीजिए।

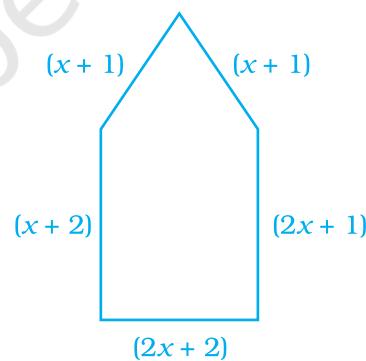
108. दो स्थानों A और B के बीच की दूरी 210 km है। A और B से दो कारें एक साथ विपरीत दिशाओं में चलना प्रारंभ करती हैं तथा 3 घंटे के बाद उनके बीच की दूरी 54km है। यदि एक कार की चाल दूसरी कार की चाल से 8km/h कम है, तो प्रत्येक कार की चाल ज्ञात कीजिए।

109. एक बढ़ई एक पलंग बनाने के लिए ₹ 2600 लेता है। इसमें प्रयोग की गयी सामग्री की लागत ₹ 1100 है तथा मजदूरी ₹ 200 प्रति घंटा है। बढ़ई ने कितने घंटे कार्य किया?

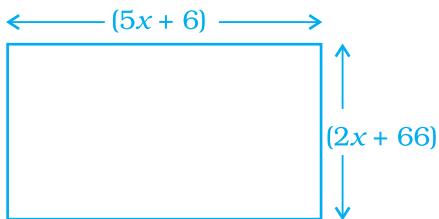
110. x के किस मान के लिए, निम्न आकार का परिमाप 77cm है?

$(x + 1)$ $(x + 1)$

$(x + 2)$ $(2x + 1)$

$(2x + 2)$

111. x के किस मान के लिए, निम्न आकार का परिमाप 186cm है?

$(5x + 6)$

$(2x + 66)$

112. ₹ 200 को A और B में इस प्रकार विभाजित करने पर कि A द्वारा प्राप्त की गयी राशि का दोगुना B द्वारा प्राप्त की गयी राशि के तिगुने से ₹ 200 कम हो, B द्वारा प्राप्त की गयी राशि ज्ञात कीजिए।

113. मधुलिका ने एक संख्या सोची, उसका दोगुना किया और उसमें 20 जोड़ा। परिणामी संख्या को 25 से भाग देने पर उसे 4 प्राप्त होता है। वह संख्या क्या है?

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1. रानिका अपनी सहेली राधिका का मोबाइल नंबर जानना चाहती थी। परंतु राधिका ने एक चाल खेली। उसने अपना नंबर इस रूप में दिया–

9 X Y Z P 1 Q 2 R 3

साथ ही उसने कहा कि इसे निम्न समीकरणों की सहायता से डिकोड करें–

(a) $16X - 35 = 7X - 8$

(b) $\dfrac{6Y-7}{3Y+9} = \dfrac{1}{3}$

(c) $\dfrac{Z^2-9}{5+Z^2} = \dfrac{-5}{9}$

(d) $P + \dfrac{3}{10}P = \dfrac{13}{10}$

(e) $4(Q+4) = 5(Q+2)$

(f) $3(R+10) + 200 = 236$

2. नीचे दी पहेली में अज्ञात मान निर्धारित कीजिए–

◇ ☆ = 8

◇ ◇ ☆ = 10

◇ ☆ ☆ ☆ ☆ = ?

3. खेल- कौन लखपति बनेगा!!!

रोहित और सौरभ एक खेल खेल रहे हैं। जो निम्न समीकरणों को हल करेगा, वही विजेता बनेगा। ज्ञात कीजिए कि यदि आप उनके स्थान पर होते, तो क्या आप विजेता होते। किस धनराशि तक आप सफलतापूर्वक पहुँचते?

खेल के नियम

(a) यदि आपका पिछला उत्तर सही है, तभी आप अगले प्रश्न पर जा सकते हैं।

(b) जीतने की राशि के स्लैब

प्रश्न संख्या	जीती गयी राशि
1	₹ 1000
2	₹ 2000
3	₹ 3000
4	₹ 4000
5	₹ 10,000
6	₹ 12,000
7	₹ 14,000
8	₹ 20,000
9	₹ 40,000
10	₹ 1,00,000

(c) समस्याएँ या प्रश्न

(i) $\frac{x+1}{2x+7} = \frac{3}{8}$

(ii) $1 + \frac{2}{(x+1)} = 2$

(iii) $\frac{6x+1}{3} + 1 = \frac{x-3}{6}$

(iv) $3m = 7m - \frac{8}{7}$

(v) $-x = \frac{-6}{5}(x-10)$

(vi) $5x + \frac{7}{2} = \frac{3}{2}x - 14$

(vii) $\frac{x}{3} + 1 = \frac{8}{15}$

(viii) $\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - \frac{5x}{6} = 2$

(ix) $\frac{50}{x} + 4 = 14$

(x) $x + \frac{2}{3}x + \frac{x}{7} = 97 - \frac{x}{2}$

4. एक साथी के साथ कार्य कीजिए

समीकरण का मॉडल बनाना

आवश्यक सामग्री: कप और बर्तन समीकरण मिली।

$5x - 6 = 4$

Symbols

= x

= -1

= $+1$

समता चिन्ह के दोनों ओर 6 धनात्मक बर्तनों को जोड़िए और फिर शून्य युग्मों को हटाइए।

$5x - 6 + 6 = 4 + 6$

कप और बर्तनों को पाँच बराबर समूहों में व्यवस्थित कीजिए।

$5x = 10$

प्रत्येक कप 2 धनात्मक बर्तनों से सुमेलित हो जाता है। अत:,, $x = 2$ है।

निम्न समीकरणों के मॉडल बनाइए–

(i) $3x - 3 = 12$

(ii) $12x + 4 = 24$

(iii) $7y + 14 = 7$

5. क्रॉसवर्ड पहेली–

दिए हुए क्रॉसवर्ड को हल कीजिए और दिए हुए खानों को भरिए। भरने के लिए, एक्रॉस और डाऊन दोनों के संकेत दिए हैं। साथ ही, एक्रॉस और डाउन के संकेतों के लिए संख्याएँ खानों के कोनों पर लिखी हैं। संकेतों के उत्तर अंग्रेजी के अक्षरों में क्रमश: उनके संगत खानों में भरिए।

डाउन

1. Inverse of addition
1. योग का प्रतिलोम।
4. A symbolic form made up of constants, variables and operation (other then algebraic expressions)
4. अचरों, चरों और संक्रियाओं से बना एक सांकेतिक रूप (बीजीय व्यंजकों के अतिरिक्त)।
5. If a term of a expression consists of a number multiplied by one or more variables this number is the ________________ of the term.
5. यदि किसी व्यंजक के पद में एक संख्या का एक या कई चरों से गुणा हो, तो वह संख्या उस पद का ________________ है।
6. Inverse of Division.
6. विभाजन का प्रतिलोम।
7. Equations that have the some solution.
7. समान हल वाली समीकरण।
8. An ____________ in an equality which in true for all values of the variable in the equality.
8. एक ____________ वह समिका है, जो समिका के चरों के सभी मानों के लिए सत्य हो।

एक्रॉस

2. A statement formed when an equal sign in placed between two expression.
2. दो व्यंजकों के बीच में समता चिह्न डालने पर बना एक कथन।

3. This is an example of what property $2(x+5) = 2x+10$.
3. इसका एक उदाहरण $2(x+5) = 2x+10$ है।
9. सांकेतिक संख्याओं पर संक्रियाओं से संबंधित गणित की शाखा
9. Brach of mathmatics concered with operation by symbolic numbers.
10. A linear equation of the form $Ax + By = C$ when A and B are not both zero is in the ____________________.
10. $Ax + By = C$ के रूप की रैखिक समीकरण जब A और B दोनों एक साथ शून्य न हों अपने ____________________ में है।
11. An expression is ________________ if it has no grouping symbols and all the like terms have been combined.
11. कोई व्यंजक ________________ कहलाता है, यदि उसमें कोई समूहन संकेतन न हो तथा सभी समान पदों को संयोजित कर लिया गया है।

10
1
4
9
5
2
6
7
3
8
11